

MODELO PRELIMINAR DE GEOIDE EN UN AREA DE 150.000 HAS. DE LA PROVINCIA DE SAN JUAN - ARGENTINA Y DETERMINACIÓN DE ALTURAS SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR CON G.P.S.

Ing. Alfredo H. Herrada, Ing. Raúl A. Márquez; Ing. Jorge A. Sisterna

Resumen

En la presente comunicación se aborda la producción de un modelo preliminar de geoide a partir de 110 puntos diseminados en un área de aproximadamente 150.000 Has., cubriendo gran parte del área bajo riego y por lo tanto cultivable de la Provincia de San Juan de la República Argentina, que surgen de una recopilación de dos redes medidas con receptores G.P.S. del tipo geodésico. De la totalidad de los puntos se dispone de alturas sobre el nivel medio del mar ya que se conformó una Red Altimétrica compuesta de 16 mallas con lados variables entre 18 y 40 Km de longitud y con una tolerancia de cierre estipulada en $10 \text{ mm} (L (\text{Km}))^{1/2P}$. La medición se efectuó mediante nivelación geométrica y en la compensación se aplicó el método de los mínimos cuadrados, estimándose en 2,5 cm la desviación típica de las cotas compensadas. El algoritmo de interpolación seleccionado para producir el modelo geoidal es conocido como Kriging; también se formula la validación del modelo preliminar de geoide mediante la concreción de mediciones G.P.S. en puntos de líneas de nivelación del Instituto Geográfico Militar (IGM) ubicados dentro y en las proximidades de la zona del modelo. Tales mediciones se practicaron con receptores de simple y doble frecuencia, permitiendo establecer pautas de comparación no sólo del algoritmo de interpolación utilizado, si no también, cuando el modelo se emplea con receptores de diferentes características.

INTRODUCCION

El geoide, definido convencionalmente como la superficie equipotencial del campo gravitatorio terrestre que mejor ajusta al nivel medio del mar, es habitualmente determinado respecto a un elipsoide de referencia que ha sido adoptado como Datum Geodésico. La relación entre el geoide y el elipsoide de referencia es sencillamente descripta en cualquier punto por su separación lineal (conocida como ondulación geoidal N) y la deflexión de la vertical (desviación angular entre la normal al elipsoide y la vertical al geoide en el punto considerado).

Existen varios métodos y técnicas para determinar el geoide, entre los que se incluyen:

- Métodos Gravimétricos.
- Métodos Astrogeodésicos y,
- Métodos basados en técnicas satelitales.

En los métodos gravimétricos una gran cantidad de datos, tales como modelos geopotenciales globales, anomalías gravimétricas y modelos digitales detallados de elevación, pueden ser usados para la determinación gravimétrica del geoide. La combinación óptima de tales datos ha conducido a soluciones con la mejor resolución de la longitud de onda necesaria para representación precisa de las ondulaciones locales del geoide como:

$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_h$$

N_{GM} es el efecto del modelo geopotencial, representando las características de la longitud de onda larga sobre distancias que están en el orden de 100 Km, cambiando muy suavemente en magnitudes del orden del metro; puede ser computada sobre la base de una serie de coeficientes armónicos esféricos provenientes de una solución terrestre - satelital.

El término $N_{\Delta g}$ expresa las anomalías gravimétricas representando características regionales con longitudes de onda típicas entre 20 y 100 km, cambiando con magnitudes cercanas a los centímetros y puede ser determinado usando el modelo geopotencial como una solución de referencia a la que las anomalías gravimétricas son reducidas. Asimismo el modelo geopotencial puede ser usado para establecer el efecto de las zonas exteriores y, mediante la fórmula de Stokes, el área para la que las anomalías gravimétricas son requeridas puede ser reducida a un casquete pequeño alrededor del punto evaluado.

N_h representa las características de longitud de onda más allá de los 20 Km introducidas por topografía, como una contribución del modelo digital de terreno; el término N_h es necesario para explicar los efectos de reducción de la gravedad y corrección topográfica.

En el método astrogeodésico, las ondulaciones geoidales son determinadas mediante observaciones astronómicas de latitud y longitud en estaciones con posiciones geodésicas conocidas. Las componentes principales de la deflexión de la vertical, a partir de la latitud y longitud astronómica y geodésica, pueden ser estimadas en cualquier punto mediante:

$$\xi = (\phi - \varphi)$$

$$\eta = (\lambda - \lambda) \cos \varphi$$

La deflexión de la vertical en una dirección de azimut (α) está dada por:

$$\theta_{\alpha} = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$$

A lo largo de una dirección de azimut α , las ondulaciones del geode pueden ser establecidas mediante la relación:

$$dN = -\theta_{\alpha} dS$$

ya que:

$$N_2 = N_1 + dN,$$

donde dS es la distancia desde un punto de ondulación geoidal conocida (N_1) a otro punto de ondulación no conocida (N_2).

A lo largo de la dirección Norte-Sur:

$$\theta_{\alpha} = \xi; \quad y \quad ds = \rho d\varphi$$

En tanto que para la dirección Este-Oeste :

$$\theta_{\alpha} = \eta; \quad y \quad ds = v \cos \varphi d\lambda$$

En las anteriores, ρ y v son los radios de curvatura principales del elipsoide en las direcciones del meridiano y del primer vertical geodésico respectivamente.

Finalmente, la relación entre N (ondulación geoidal) y las componentes astrogeodésicas de la deflexión de la vertical (ξ y η) vienen dadas por:

$$\xi = -1 / \rho \partial N / \partial \varphi \quad y \quad \eta = -1 / v \cos \varphi \partial N / \partial \lambda$$

Si bien existen algunas desventajas asociadas con el método astrogeodésico, tales como el problema de la propagación de errores y la limitación en la longitud de la distancia (dS), continúa siendo una metodología válida para determinar ondulaciones. Combinaciones de técnicas gravimétricas y astrogeodésicas también son posibles para establecer el geode mediante los también llamados métodos astrogravimétricos.

Por último, los métodos basados en técnicas satelitales tienen su ámbito de aplicación a escala global y local, constituyendo este último, mediante la aplicación del sistema de posicionamiento global G.P.S, la finalidad primordial del presente trabajo. Básicamente, la metodología utilizada se basa en el concepto de que, si bien GPS no permite obtener directamente diferencias de altura en el sentido corriente, las alturas usuales o alturas sobre el nivel del mar (H) están ligadas a las alturas elipsoidales (h), producto de una determinación GPS, por la relación:

$$N = h - H$$

Determinado N en un número suficiente de estaciones convenientemente distribuidas sobre un área predeterminada, es factible mediante la utilización de algoritmos de interpolación establecer el valor de N en cualquier punto de la zona. Obviamente esta metodología conduce a un modelo preliminar de geoide que permitirá calibrar los desarrollos en curso sobre geoides basados en mediciones gravimétricas, pero totalmente apto para numerosas aplicaciones que se desarrollan en el ámbito de la ingeniería.

De manera que para aprovechar la eficiencia de G.P.S. en la determinación de alturas sobre el nivel medio del mar y reemplazar la nivelación (geométrica o trigonométrica), metodologías clásicas operativamente sencillas pero muy costosas en su ejecución, es necesario mejorar el conocimiento del geoide. La aplicación de soluciones locales y técnicas de aproximación, como el uso de algoritmos de interpolación a estaciones georeferenciadas que cuenten además con altura sobre el nivel medio del mar, son abordadas en el presente trabajo ya que constituyen alternativas válidas para lograr esta premisa, contribuyendo además a la determinación de geoides precisos.

ANALISIS DE LA INFORMACION DISPONIBLE

Redes G.P.S.

Los 110 puntos georeferenciados utilizados en la elaboración del modelo geoidal son el compendio de dos redes levantadas con receptores G.P.S. de doble frecuencia y doble código. Las mismas se distribuyen en un área de aproximadamente 150.000 hectáreas, donde se desarrolla la mayor parte de la actividad agrícola y económica de la Provincia de San Juan.

El proceso de medición de las redes se desarrolló conforme a la práctica corriente, con tiempos de observación variables entre cuarenta y cinco minutos y una hora. Los vectores medidos se compensaron con el software comercial Fillnet, obteniéndose resultados altamente satisfactorios, pues los vectores resultaron con errores estandarizados por debajo de 1. Cabe destacar la gran redundancia, es decir el alto control de cálculo, pues para algo más de 230 incógnitas se tomaron 1374 observaciones. El desvío estándar de la unidad de peso oscila alrededor de 0,9, lo que significa que el conjunto compensado es un 10% mejor que el error establecido a priori (10 mm).

La precisión planimétrica y altimétrica de los puntos se estima en 1 cm y 1,5 cm respectivamente.

Monumentación y Localización de las Estaciones

Los vértices que materializan las Redes, emplazados con el criterio de cumplir con las condiciones de accesibilidad, estabilidad, buena recepción de señal y permanencia, están monumentados mediante pilares de hormigón con bulón y chapa identificatoria insertados en el coronamiento. A los efectos de poder reubicar el punto en caso de destrucción parcial o total, cada una de las estaciones está vinculada a tres marcas testigos y consta de la monografía correspondiente.

Los puntos se distribuyen entre los siguientes rangos de variación expresados en metros:

X mínimo	X máximo	Rango
6525485,01	6478688,73	46796,28
Y mínimo	Y máximo	Rango
2535558,06	2570576,51	35018,45
h mínimo	h máximo	Rango
579, 849	740, 039	161,190

Las coordenadas X e Y expuestas, se expresan en el Sistema de Proyección plana conforme Gauss Krüger, Meridiano Central de 69°, Faja 2, Datum Horizontal Inchauspe '69, a los efectos de aprovechar la cartografía existente; mientras que las alturas elipsoidales (h) se indican respecto al Sistema Geodésico WGS '84.

Del análisis de los valores, se infiere que la distribución de los puntos es coherente con los objetivos propuestos ya que la distancia promedio entre puntos es de aproximadamente 2500 metros.

Nivelación de las Estaciones

A fin de disponer de las alturas sobre el nivel medio del mar de la totalidad de los puntos que componen la base de datos, se diseñaron y optimizaron itinerarios de nivelación que posibilitaron concretar esta finalidad mediante nivelación del tipo geométrica con una tolerancia especificada de 10 mm $(L \text{ (Km)})^{1/2}$. Asimismo se realizaron controles parciales, vinculando algunos vértices de las redes a puntos de nivelación de líneas IGM, encontrándose diferencias de unos pocos centímetros y por lo tanto aceptables. De este modo, los 110 puntos georeferenciados conforman una Red Altimétrica de 16 mallas con lados variables entre 18 y 40 Kilómetros de longitud. Previo al ajuste en bloque de la Red se verificaron los cierres de cada malla, asegurando que los valores obtenidos se encontraran por debajo de la tolerancia fijada. Para la compensación se utilizó la aplicación STARLEV, software comercial de compensación de redes altimétricas por mínimos cuadrados, asignando pesos en forma proporcional a la longitud de cada tramo nivelado. La desviación estándar para cada punto se estima en 2,5 cm.

Los valores compensados de las alturas sobre el nivel medio del mar varían entre los valores que se detallan a continuación:

H mínimo	H máximo	Rango (m)
556, 127	714,063	157, 936

Los puntos de mayor y menor altura sobre el nivel medio del mar se emplazan en los extremos norte y sur, respectivamente, de la zona de estudio.

Cálculo de las Ondulaciones (N)

Establecidos los valores compensados de las alturas sobre el nivel del mar (H) y alturas elipsoidales (h) respecto del elipsoide WGS '84, de los 110 puntos que conforman la base de datos, se calcularon las ondulaciones del geoide (N) mediante la relación:

$$N = h - H$$

Los valores máximo y mínimo resultantes, son los que a continuación se detallan:

N mínimo	N máximo	Rango (m)
23,094	26,349	3,255

Del análisis resulta, que el 49,52 % de los puntos tienen valores de ondulación comprendidos entre 25 y 26 metros, mientras que entre los 24 y 25 metros se agrupan el 45,71 %; el 4,77 % restante corresponde a puntos contenidos entre los 23 y 24 metros y mayores de 26 metros.

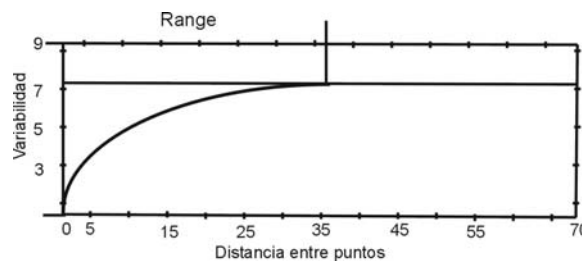
MODELO PRELIMINAR DE GEOIDE MEDIANTE EL ALGORITMO KRIGING

Conceptos Básicos

Kriging es básicamente un método estadístico que permite generar una grilla de datos a partir de un conjunto de observaciones, partiendo de la premisa que la variabilidad de un conjunto espacialmente distribuido representa una muestra que no es completamente aleatoria ni totalmente determinística. Al generar un modelo continuo de la muestra esto significa que el valor de un punto desconocido puede ser estimado a partir de puntos vecinos, pero que los valores de ese punto desconocido no son necesariamente del todo dependientes de los valores de los puntos datos. La variabilidad de la componente Z de un grupo de datos es función de la distancia y la dirección; en general puntos muy cercanos tienden a mostrar menor variabilidad que puntos distantes y en muchos casos, puntos a lo largo de direcciones determinadas muestran menor variabilidad que puntos equidistantes a lo largo de direcciones diferentes. Este proceso involucra, en una primera etapa, el cálculo del variograma observado.

Variograma Observado

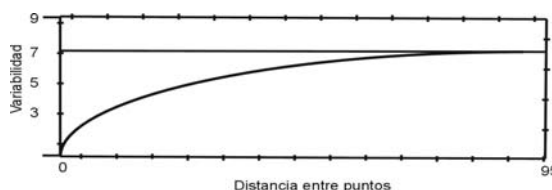
El variograma observado representa gráficamente la variabilidad o cambio de los puntos datos a lo largo de una distancia y dirección predeterminada. En las gráficas siguientes se detalla la información contenida en dos variogramas idealizados a partir de un conjunto hipotético de datos en las direcciones de $45^\circ \pm 10^\circ$ y $135^\circ \pm 10^\circ$, incluyendo las direcciones opuestas de $225^\circ \pm 10^\circ$ y $315^\circ \pm 10^\circ$ respectivamente.



El análisis del variograma para la dirección $45^\circ \pm 10^\circ$

pone de manifiesto que los datos de la muestra que están apartados entre sí 2,5 unidades de distancia tienen un factor de variabilidad 1; significando que cuando la distancia entre puntos es reducida, los puntos tienden a ser similares y la variabilidad es pequeña. Cuando la distancia entre puntos datos incrementa a 35 unidades tienden a ser menos similares y por lo tanto la variabilidad aumenta a 6. A partir de las 50 unidades de distancia el variograma se aplanan y la variabilidad es constante. De manera que entre 0 y 50 unidades de distancia los puntos datos pueden ser considerados relacionados y tal relación viene dada por el range, que en términos de área representa el rango de distancia de punto a punto para el cual los puntos datos pueden ser considerados relacionados unos con otros.

Un variograma similar puede ser construido para el mismo sistema de puntos datos que se ubican en una dirección diferente unos de otros; en este caso para la dirección $135^\circ \pm 10^\circ$ y la opuesta $235^\circ \pm 10^\circ$.



A lo largo de esta dirección, puntos que están apartados 2,5 unidades muestran un factor de variabilidad de 0,5, a 10 unidades de distancia la variabilidad es 4,5 y a 50 unidades 5,5.

El range de este variograma es 80 unidades de distancia, es decir, considerablemente más largo que en el ejemplo previo a lo largo de la dirección de $45^\circ \pm 10^\circ$, permitiendo

establecer que a lo largo de esta dirección los puntos datos están más correlacionados a grandes distancias de apartamiento.

Un variograma puede ser construido para tantas direcciones e incrementos de distancia como se crea conveniente; tales líneas de direcciones pueden ser conceptualizadas como direcciones de muestreo entre los puntos datos bajo aumentos certeros de distancias.

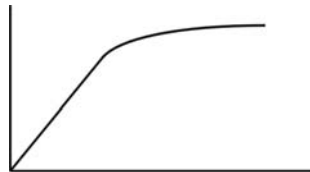
Modelos de Variogramas

El software empleado para producir el modelo preliminar de geoide genera a partir de los datos crudos una serie de variogramas calculando la varianza entre puntos en distancia y direcciones especificadas a fin que los datos, muestreados en unidades discretas, puedan ser evaluados como una función continua y el valor para cualquier punto no conocido a cualquier distancia pueda ser estimado. A partir de esta información puede ser construida una grilla usando los coeficientes de la ecuación que representa el variograma con mayor porcentaje de correlación o mejor ajuste. Por consiguiente los errores de grilla pueden ser calculados y por lo tanto es posible establecer la incertidumbre de la grilla generada.

Los tipos de variogramas generados a partir de los datos recolectados son del tipo esférico, exponencial y lineal, con y sin la variante del efecto 'nugget'. Los modelos esféricos son los más idealizados, con el variograma subiendo suavemente al límite superior; los modelos exponenciales muestran una varianza más baja que los modelos esféricos a lo largo del range y nunca alcanzan el límite superior; los modelos lineales son los simples y en general se adoptan cuando existe gran incertidumbre en los datos relevados.

En las gráficas siguientes se resumen los tres tipos de variogramas descriptos.

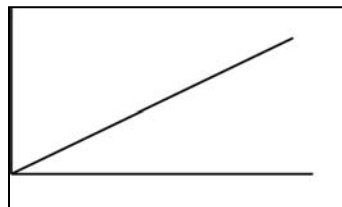
Modelo esférico:



La función generada a partir de los puntos datos viene dada por:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C(1,5h - 0,5h^3) & 0 \leq h \leq 1 \\ C & h > 1 \end{cases}$$

Modelo Lineal.



En este caso:

$$\gamma(h) = C h$$

Modelo Exponencial.



Bajo esta circunstancia:

$$\gamma(h) = C (1 - e^{-h})$$

En cada una de las fórmulas precedentes:

C: escala para los componentes estructurados del variograma.

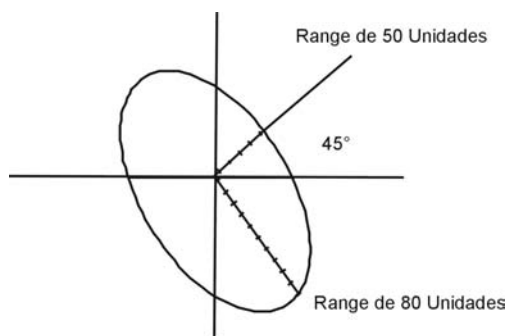
h: es el reescalado anisotrópico, relativo a la distancia de separación entre muestras.

El efecto nugget es utilizado cuando existen errores potenciales en el levantamiento de los datos; específicamente hace actuar a kriging como un interpolador suavizado, implicando menor confianza en la relación existente entre los puntos datos considerados individualmente y la tendencia de las observaciones examinadas en conjunto.

El efecto nugget está integrado por dos componentes; la varianza de error, que especifica la varianza de los errores de medición, y la microvarianza a partir de la cual se establece la varianza de estructuras de pequeña escala.

Usualmente, obtenidos del variograma observado el porcentaje de correlación y los ranges para cada dirección determinada, se reporta gráficamente los ranges comparativos en todas las direcciones mediante una elipse orientada en cuyos semiejes se representan los ranges provenientes de tales direcciones.

Un ejemplo de este tipo de representación se ilustra en la siguiente gráfica.



Generación del Modelo

A partir de la información disponible, esto es, las coordenadas de los 110 puntos georeferenciados expresadas en el sistema de proyección plana conforme Gauss Krüger (mapeadas desde el Sistema Inchauspe '69) y las ondulaciones (N) se aborda la generación del modelo preliminar de geoide mediante la técnica del kriging conforme a las pautas establecidas precedentemente. El software utilizado para tal fin requiere la aplicación de una metodología, cuya síntesis, se detalla a continuación.

Creación del Variograma Observado

A los efectos de generar el variograma observado los datos fuentes deben ser almacenados en un formato normalizado (para evitar problemas de 'overflow'), siendo necesario además especificar direcciones e intervalos de distancias, ya que el cálculo del variograma se efectúa analizando los datos de manera direccional y sobre incrementos específicos de distancia.

Las direcciones de búsqueda surgen de un análisis pormenorizado de los datos y responden más a la experiencia de cálculo que a una metodología concreta; además como es poco probable que muchos puntos datos se encuentren exactamente a lo largo de las líneas direccionales, es necesario establecer una tolerancia o zona sobre cada dirección a fin de ampliar el área de búsqueda e incluir a todos los datos fuentes. Establecidas las direcciones y las tolerancias correspondientes es necesario especificar sobre cada trayectoria la distancia máxima de búsqueda y un incremento de distancia con su respectiva tolerancia lineal; estableciéndose de este modo la distancia máxima y el incremento para conducir la búsqueda de datos. El criterio para fijar el incremento de distancia y su tolerancia es concordante con el formulado para el establecimiento de las direcciones, sin embargo un

valor razonable para comenzar con una distancia máxima de prueba puede ser la mitad de la longitud de la zona de estudio.

A partir de esta información la aplicación calcula los variogramas observados para el grupo de datos; esto significa que para cada dato particular conduce una búsqueda direccional, a lo largo de las direcciones indicadas (más la tolerancia definida) y a incrementos de distancia establecidos (más la tolerancia especificada) hasta la distancia máxima predeterminada respecto de los restantes puntos datos. La varianza entre el punto origen y los puntos encontrados dentro de las zonas de búsqueda es determinada y a partir de esta se computa un variograma para cada dirección.

Cálculo de los Variogramas Observados

Teniendo en cuenta lo preceptuado anteriormente y previo análisis de la información disponible se calcularon los variogramas observados para los datos fuentes, adoptando los parámetros que a continuación se detallan:

Espaciamiento (entre direcciones de búsqueda).	30°
Tolerancia angular	5°
Incremento de distancia	4000 m
Tolerancia lineal	450 m
Máxima distancia	20000 m

Las direcciones de búsqueda se realizan para 0°, 30°, 60°, 90°, 120° y 150°; comprendiendo además las direcciones opuestas.

La reseña de la información suministrada por los seis tipos de variogramas calculados (esférico, exponencial y lineal con y sin la variante del efecto nugget) a partir de estos parámetros es la siguiente.

Variograma	% Correl.	Eje Mayor		Eje Menor	
		Dirección	Range	Dirección	Range
Esf. s/nugget	48,00	210	14027,28	120	6033,58
Esf. c/nugget	45,10	187	12390,99	97	6009,29
Exp. s/nugget	84,00	214	10917,70	124	6137,25
Exp. c/nugget	85,70	224	15337,06	134	6009,09
Lin. s/nugget	63,40	217	18000,00	127	6186,73
Lin. c/nugget	57,80	200	12231,32	110	6153,27

El porcentaje de correlación de cada modelo muestra la bondad del ajuste, en tanto que las columnas adyacentes contienen valores que indican la dirección y range de los ejes mayor y menor de las elipses representativas de los variogramas. Estos valores permiten establecer la direccionalidad de los datos, teniendo en cuenta que los puntos serán más similares a lo largo del semieje mayor de la elipse, y que el range define la distancia punto a punto entre direcciones.

Ahora bien, a fin de calcular la grilla es necesario seleccionar un variograma específico; en esta alternativa el factor más importante para decidir es el porcentaje de correlación, en tanto que la variante de considerar o no el efecto nugget depende de la certeza de las muestras o puntos datos.

Cálculo de la Grilla

Seleccionado como variograma tipo para generar la grilla el modelo exponencial con efecto nugget (85,70 % de correlación) es indefectiblemente necesario fijar las dimensiones y el espaciamiento de los nodos de grilla o ancho de celdas, los valores adoptados son los siguientes:

X max.	X min.	Espac.	Y max.	Y min.	Espac.
6525485,01	6478688,73	1699,93	2570576,51	2536577,87	2339,81

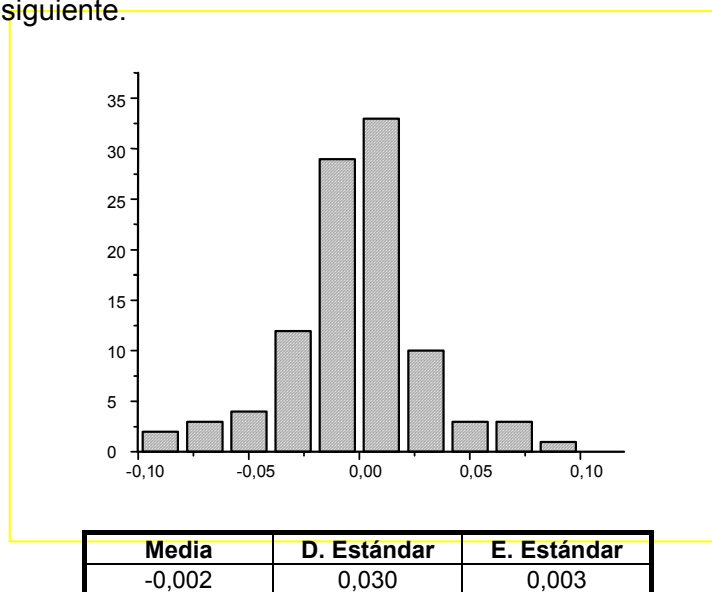
De este modo, la grilla a calcular mediante el algoritmo del kriging queda conformada por 441 celdas; 21 en el sentido Norte-Sur por 21 en la dirección Este-Oeste.

Análisis de los Valores de Grilla Obtenidos

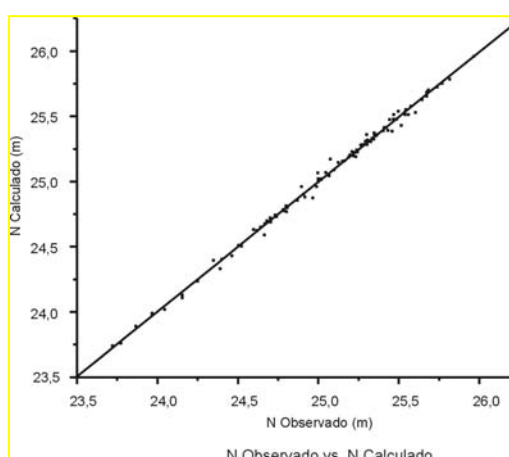
El análisis de los valores obtenidos en los nodos o puntos de intersección de celdas, se resume a continuación:

Z max.	Z min.	Z media	D. Est.
25,959	23,263	24,901	0,508

La aplicación del algoritmo provoca que los datos fuente experimenten pequeñas variaciones, cuyo diagrama de frecuencias se representa en la figura, a fin de ajustarse al modelo; el análisis de las diferencias detectadas entre los valores originales y los valores interpolados es la siguiente.



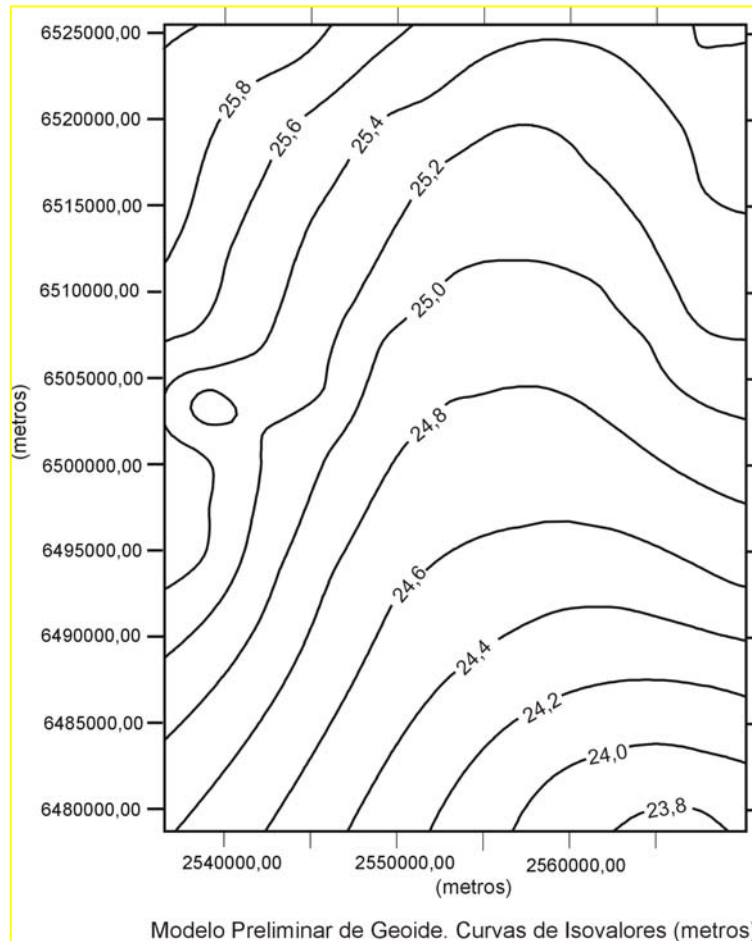
Finalmente, es posible expresar la relación entre los valores de origen y los valores ajustados en términos de observados versus calculados. Tal relación se expresa gráficamente en la figura subsiguiente.



Asimismo el (observados y puede ser mediante una tipo:

$$Y = A + B X$$

Los valores ajuste son los a continuación:



set de datos calculados) ajustado ecuación del

obtenidos del que se detallan

	A	B
	0,11205	0,99543
Des.Están.	0,15839	0,00633

Coef. de Correl.	Des. Están.
0,99803	0,03067

Representación del Modelo

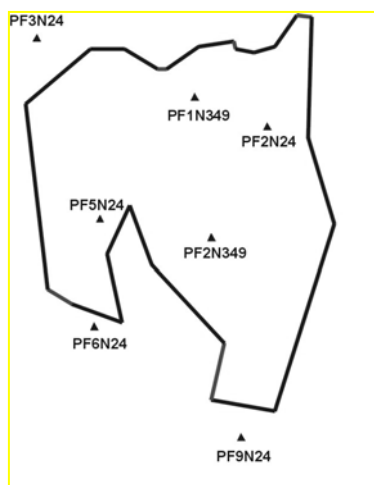
Calculados mediante el algoritmo los valores correspondientes a los 441 nodos de grilla, es factible representar el modelo preliminar de geoide mediante curvas de isovalores tal como en la figura siguiente.

VALIDACION DEL MODELO

La validación del modelo preliminar de geoide se concreta mediante mediciones G.P.S. en puntos de líneas de nivelación del Instituto Geográfico Militar (IGM) ubicados dentro y en las proximidades de la zona del modelo. Tales mediciones se practicaron con receptores geodésicos y receptores de precisión centimétrica.

Puntos de Validación

Los puntos seleccionados para validar el modelo preliminar de geoide, emplazados dentro y en las proximidades de la zona de trabajo (ver Figura), forman parte de las líneas de nivelación del Instituto Geográfico Militar (IGM) denominadas N349 (San Juan - Calingasta) y N24 (San Juan - Mendoza).



Las alturas sobre el nivel medio del mar de los puntos involucrados, son los que se detallan a continuación.

Punto	Altura s.n.m.m.
PF1N349	671,052 m
PF2N349	700,596 m
PF2N24	640,966 m
PF3N24	633,046 m
PF5N24	607,826 m
PF6N24	617,610 m
PF9N24	602,445 m

Tabla N°: 1

Determinaciones G.P.S.

A los efectos de establecer las alturas elipsoidales (h) de los puntos de validación se concretaron en los mismos determinaciones G.P.S. en la modalidad estático - diferencial y con tiempos de medición variables entre 25 y 45 minutos; empleando receptores del tipo geodésico (Ashtech Z12) y receptores de precisión centimétrica (Magellan. Pro Mark X CM).

Los valores de alturas elipsoidales resultantes de tales determinaciones, discriminados según el tipo de receptor utilizado en la Tabla N°: 2 como h_{Z12} y h_{MAG} , son los siguientes:

Punto	h_{Z12}	h_{MAG}
PF1N349	696,0526	695,9168
PF2N349	725,8204	726,0873
PF2N24	665,7301	665,8920
PF3N24	657,8663	658,0852
PF5N24	634,4222	633,4220

PF6N24	642,2761	642,8294
PF9N24	626,6244	627,2257

Tabla N°: 2

Cálculo de Ondulaciones.

Establecidas, mediante observaciones G.P.S., las alturas elipsoidales de los puntos en cuestión, se exhiben en la Tabla N°: 3 los valores de las ondulaciones resultantes; los mismos se expresan en términos del tipo de receptor utilizado como N_{Z12} y N_{MAG} .

La validación del modelo preliminar de geoides se concreta mediante la comparación de los valores observados de altura elipsoidal y los calculados mediante el algoritmo empleado en la determinación del mismo. Las diferencias obtenidas se expresan en la Tabla N°: 4 para las ondulaciones establecidas con receptores centimétricos y en la Tabla N°: 5 con receptores geodésicos.

Punto	N_{Z12} (m)	N_{MAG} (m)
PF1N349	24,865	25,001
PF2N349	25,491	25,224
PF2N24	24,926	24,764
PF3N24	25,039	24,820
PF5N24	25,271	25,596
PF6N24	24,666	25,219
PF9N24	24,179	24,781

Tabla N°: 3

Punto	Kriging (m)
PF1N349	0,569
PF2N349	0,562
PF2N24	0,449
PF3N24	0,398
PF5N24	-0,365
PF6N24	0,556
PF9N24	0,698

Tabla N°: 4

Punto	Kriging (m)
PF1N349	0,068
PF2N349	0,031
PF2N24	0,030
PF3N24	0,179
PF5N24	0,035
PF6N24	0,007
PF9N24	0,689

Tabla N°: 5

CONCLUSIONES

Si bien la calidad de los resultados en el ámbito de los levantamientos G.P.S. depende, entre otros factores, de las distancias y diferencias de alturas entre estaciones, tipo de

receptor utilizado, duración de las sesiones, disponibilidad de información orbital precisa (efemérides) y datos meteorológicos, tipo de software empleado en el procesamiento, etc., es usual que la diferencia de altura obtenida entre dos estaciones sea de menor certeza que la diferencia de posición horizontal, especialmente para puntos con grandes desniveles (mayores de 100 metros) donde las correcciones debidas a la troposfera juegan un papel importante, siempre y cuando los valores atmosféricos sean representativos de la atmósfera circundante.

Sin embargo, la metodología puesta en práctica para el levantamiento G.P.S. y el posterior procesamiento de la información, encuadrada dentro de los recursos disponibles y de la práctica usual, con tiempos de medición variables entre 45 minutos y 1 hora, postprocesamiento con software comercial (no científico) y sin inclusión de datos atmosféricos ni efemérides precisas, es compatible con los objetivos propuestos, ya que el análisis de la información revela que la distancia y el desnivel máximo entre puntos incluidos en una sesión no supera en ningún caso el límite de 30 Kilómetros y 50 metros respectivamente.

El método kriging utilizado en la elaboración del modelo confirma plenamente la inferencia establecida a priori en cuanto a flexibilidad; asimismo el software empleado en el cálculo es muy ágil y versátil, brindando información complementaria suficiente como para establecer distintas hipótesis de confiabilidad. El análisis de los resultados obtenidos, particularmente en los valores de los nodos de grilla y en los valores interpolados de los puntos dato, pueden caracterizarse como muy satisfactorios. A pesar que la cantidad de puntos utilizados en la validación del modelo no es significativa, los resultados obtenidos son alentadores, particularmente en el caso donde se emplean receptores del tipo centimétrico cuya utilización permitiría abordar una amplia gama de aplicaciones teniendo en cuenta además que, por su bajo costo, son los más difundidos en el mercado.

Las mayores discrepancias, como era de esperar, se manifiestan en los puntos designados como PF3N24 y PF9N24 ubicados en el límite y fuera del área cubierta por el modelo, respectivamente; en los puntos restantes el modelo se muestra consistente independientemente del algoritmo utilizado en su elaboración.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- GPS Satellite Surveying. (Second Edition) Alfred Leick.
- GPS for Geodesy. Lecture Notes in Earth Sciences. A. Kleusberg and P. Teunissen.
- Satellite Geodesy. Foundations, Methods, and Applications. G. Seeber.
- Global Positioning System. Theory and Practice. B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger and J. Collins.
- Map Projections - A Working Manual. John P. Snyder (U.S. Geological Survey).
- Physical Geodesy. W. Heiskanen- H. Moritz.
- Geodesia y Cartografía Matemática. Fernando Martín Asín.
- Height determination using GPS. The need of a precise geoid. C. C. Tschering, Geophysical Institute, University of Copenhagen. (Artículo).
- The Theory of Regionalized Variables and its Applications. G. Matheron.
- Improvement of a High Resolution Geoid Height Model in the United States by GPS Height on NAVD 88 Benchmarks. D.G. Milbert (National Geodetic Survey).